

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
im. Stanisława Staszica w Krakowie
OLIMPIADA „O DIAMENTOWY INDEKS AGH” 2025/26

MATEMATYKA - ETAP II

ZADANIA PO 10 PUNKTÓW

1. Rozwiąż nierówność

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n - \sqrt[3]{8n^3 + (x+1)n^2 + 3n} \right) < 1.$$

2. W kulę o promieniu długości $R = 3$ cm wpisany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny. Jaka największą objętość może mieć taki graniastosłup?

3. Rozwiąż równanie

$$\cos 2x + \cos 3x = 0.$$

4. Średnicą okręgu jest odcinek $\overline{AB}$, gdzie $A = (-1, 0)$, $B = (7, 6)$. Napisz równanie stycznej do tego okręgu w punkcie B .

ZADANIA PO 20 PUNKTÓW

5. Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) . Wiedząc, że $a_4 = 4$ oraz $a_3 + a_4 + a_5 + \dots = 16$, oblicz sumę

$$a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2k+1}$$

dla dowolnej nieujemnej liczby całkowitej k .

6. Spośród dziesięciu kart z literami

M A G M A G H A M A

losujemy kolejno (bez zwracania) trzy karty. Oblicz prawdopodobieństwo, że
 A : wśród nich wystąpi litera M ;
 B : dokładnie dwie litery będą jednakowe;
 C : wylosujemy litery AGH w tej kolejności.

7. Zbadaj liczbę różnych pierwiastków równania

$$p^2 x^3 - (6p + p^2)x^2 + (p + 6)x = 0$$

w zależności od parametru p .