

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
im. Stanisława Staszica w Krakowie
OLIMPIADA „O DIAMENTOWY INDEKS AGH” 2015/16
MATEMATYKA - ETAP II

ZADANIA PO 10 PUNKTÓW

1. Wyznacz największą liczbę naturalną k taką, że liczba $2016!$ jest wielokrotnością liczby 10^k .
2. Rozwiąż nierówność $\log_x(x^2 - \frac{5}{2}x + 1) - 2 < 0$.
3. Wyznacz dziedzinę D funkcji określonej wzorem

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 6x + 9}}{x^2 - x - 12}$$

i zbadaj jej granice w punktach należących do zbioru $\mathbb{R} \setminus D$.

4. Zespołowi pracowników zlecono pewną pracę. Gdyby było ich o 3 mniej, to pracowaliby o 5 dni dłużej, a gdyby było ich o 4 więcej, to pracowaliby o 2 dni krócej. Ilu było pracowników i jak długo pracowali?

ZADANIA PO 20 PUNKTÓW

5. Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego jest nachylona do podstawy pod kątem 60° . Oblicz stosunek długości promienia kuli wpisanej w ten ostrosłup do jego wysokości.
6. Okrąg O' jest obrazem okręgu O o równaniu

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$$

w symetrii środkowej względem punktu $M = (6, 6)$. Napisz równanie okręgu O' i równania wszystkich prostych, które są jednocześnie styczne do obu okręgów.

7. Losowo wybieramy liczbę k ze zbioru $\{1, 2, 3, 4\}$, a następnie rzucamy k razy sześcienną kostką. Oblicz prawdopodobieństwa zdarzeń:
 A : wypadną same szóstki,
 B : iloczyn wyrzuconych oczek będzie liczbą parzystą,
 C : suma wyrzuconych oczek będzie mniejsza niż 22.