

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
im. Stanisława Staszica w Krakowie
OLIMPIADA „O DIAMENTOWY INDEKS AGH” 2010/11

MATEMATYKA - ETAP II

ZADANIA PO 10 PUNKTÓW

1. Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny o krawędzi podstawy długości $a = 1$ cm i wysokości opuszczonej na podstawę $H = 2$ cm. Oblicz odległość wierzchołka podstawy od przeciwległej ściany.

2. Sprawdź, czy ciąg

$$\frac{1}{4}, \quad \frac{2 + \sqrt{3}}{2}, \quad \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

jest ciągiem geometrycznym.

3. Dane są punkty $A = (-1, -8)$ oraz $B = (5, 4)$. Znajdź taki punkt C , że $\vec{AC} = 5 \vec{CB}$.

4. Rozwiąż równanie

$$\log_{x-2}(x^3 - x^2 - 7x + 10) = 2.$$

ZADANIA PO 20 PUNKTÓW

5. Liczby $1, 2, \dots, n$, gdzie $n > 2$, przestawiamy w dowolny sposób. Oblicz prawdopodobieństwo następujących zdarzeń:

A – pierwszy wyraz otrzymanego ciągu będzie większy od ostatniego,

B – liczby 1 i 2 nie będą ustawione obok siebie,

C – liczby 1, 2 i 3 będą ustawione obok siebie w kolejności wzrastania.

6. Oblicz sumę trzydziestu największych ujemnych rozwiązań równania

$$\cos 2x + \sin x = 0.$$

7. Zbadaj w zależności od parametru k wzajemne położenie prostych

$$l_1 : \quad kx + y = 2, \quad \text{oraz} \quad l_2 : \quad x + ky = k + 1.$$

Dla jakich k te proste przecinają się wewnątrz kwadratu, w którym punkty $A = (2, -2)$ i $C = (-2, 2)$ są końcami przekątnej?