AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA im. Stanisława Staszica w Krakowie

OLIMPIADA „O DIAMENTOWY INDEKS AGH" 2008/9

MATEMATYKA - ETAP III

ZADANIA PO 10 PUNKTÓW

1. Znajdź współrzędne obrazu punktu $C = (20, 25)$ w symetrii osiowej względem prostej przechodzącej przez punkty $A = (6, 2)$ i $B = (3, -4)$.

2. Wyznacz dziedzinę funkcji danej wzorem
$$f(x) = \log_2(x^3 - 4x^2 - 3x + 18).$$

3. Oblicz granicę ciągu
$$\lim_{n\to\infty}(n - \sqrt{n^2 + 5n}).$$

4. Znajdź liczbę, której 59% stanowi okresowy ułamek dziesiętny $2,6(81)$.

ZADANIA PO 20 PUNKTÓW

5. Ze zbioru $\{1, 2, 3, \ ... \ , 2n-1, 2n\}$, gdzie n jest ustaloną liczbą naturalną, losujemy ze zwracaniem dwie liczby x i y. Oblicz prawdopodobieństwa zdarzeń
$A : \ x = y$; $\quad B :$ iloczyn xy jest liczbą parzystą; $\quad C : \ \frac{x}{y} \in (0; 1)$.

6. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym o wysokości h krawędź boczna jest nachylona do krawędzi podstawy pod kątem α. Oblicz promień kuli wpisanej w ten ostrosłup. Jakie wartości może przyjmować miara kąta α?

7. Dla jakich wartości parametru m nierówność
$$(m^2 - 1)x^2 + 2(m-1)x + 2 > 0$$
jest spełniona dla każdego $x \in \mathbb{R}$? Czy istnieje takie x, aby dla każdego $m \in \mathbb{R}$ powyższa nierówność była prawdziwa?